

MATHÉMAGIQUE

Tours de Magie...

Et de Mathématiques !

Clément Sire

Laboratoire de Physique Théorique

CNRS & Université Paul Sabatier

Toulouse, France

www.lpt.ups-tlse.fr



Introduction

- ❖ Les tours de cartes les plus spectaculaires demandent souvent des **manipulations** plus ou moins complexes (**tours « de magie »** )
- ❖ Mais certains tours sont « **mathématiques** » et ne découlent que de la simple **logique** : ils sont « **automatiques** » 
- ❖ Et d'autres allient **les deux !**
MATHÉMAGIQUE !



Introduction

- ❖ **L'éthique du magicien** : ne pas livrer la solution de tours « de magie » aux profanes (personne voulant connaître le « truc » par simple curiosité, et ne désirant pas s'initier à « l'art magique »), surtout s'ils sont inventés et utilisés par d'autres magiciens
- ❖ **Exception** : les tours automatiques... mais...
- ❖ **Leur pratique**, comme bien sûr pour les tours « de magie », implique une bonne **préparation**, de les **répéter avant de les faire en public**, et d'imaginer un **texte d'accompagnement** efficace
- ❖ **Ne jamais refaire un tour** la même soirée (la magie n'est pas un challenge, mais un spectacle !)

Mise en Bouche :
Le Bonneteau Magique
(Joker(s)!!)



Let's Make a Deal
(Problème de Monty Hall)



Let's make a deal : problème de Monty Hall

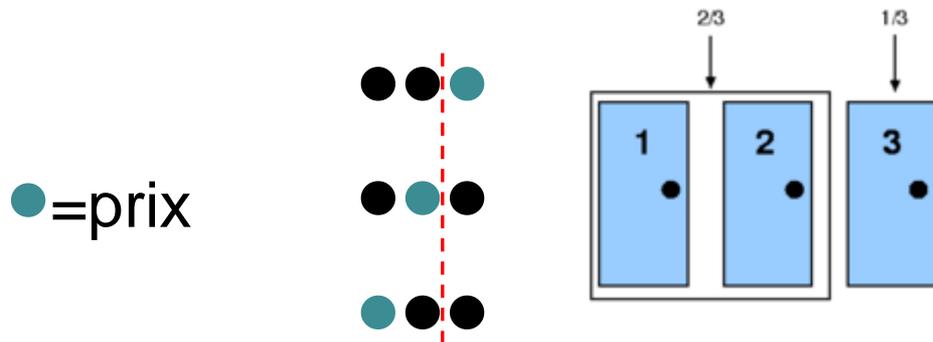
- Dans un jeu télévisé, un **prix extraordinaire** est caché derrière **une porte parmi trois**
- Le candidat choisit une porte (ici, la 3), puis le **présentateur ouvre l'une des deux autres portes** (ici, la 1) qui ne contient pas le prix



- La présentateur propose alors au joueur de **changer de porte** (ici, la 2). **Doit-il le faire ???**
A votre avis : oui, non, c'est pareil ?

Let's make a deal : problème de Monty Hall

- Initialement, le joueur avait 1 chance sur 3 de trouver la bonne porte
- Il y a donc une probabilité $2/3$ pour que le prix soit derrière [la porte 1 **OU** la porte 2]



- Après ouverture de la porte 1, la porte 2 a donc une **probabilité $2/3$** de cacher le prix : il faut donc **changer et choisir la porte n°2...**
à 2 (tiers) contre 1 (tiers) !!!

Interlude:
Probabilités Magiques
(Mathématique)



« Probabilité Magique » (Mathémagique)

1. *Le spectateur choisit une carte, et la redonne au magicien qui « mélange » le jeu*
2. *Le magicien fait 4 paquets de 4 cartes faces cachées et disposées en croix*
3. *Le spectateur désigne 2 paquets, et le magicien retire 2 paquets*
4. *Le spectateur désigne 1 des 2 paquets restants, et le magicien retire 1 paquet*
5. *Le spectateur désigne 2 cartes du paquet restant, et le magicien retire 2 cartes*
6. *Le spectateur désigne 1 carte parmi les 2 restantes, et le magicien retire 1 carte*
7. **Le spectateur découvre médusé que la carte restante est la carte choisie préalablement !**

« Probabilité Magique »

Explication : Le magicien doit savoir où se trouve la carte choisie (« magie »). Pour une version sans magie, demandez au spectateur sa carte préférée et placez-la nonchalamment parmi les 16 premières cartes en repérant sa position

- Placez ensuite sur la table 4 paquets de 4 cartes disposées en croix, en repérant la position de la carte choisie
- Ensuite, quel que soit le choix binaire fait/l'option choisie par le spectateur, éliminez paquet(s) ou carte(s) correspondant à l'option (inverse ou conforme au choix du spectateur) où la carte du spectateur (en position connue) **ne se trouve pas !**
- Pour un meilleur effet, invitez le spectateur à faire ses choix binaires rapidement, en le pressant gentiment pendant le tour !



*Les As sont au top!
(Magicien Paresseux N°1)*

« Retrouver les as »

(Weigle & Belchou 1939)

- 1. Un spectateur coupe un paquet mélangé en 4 piles A, B, C, D (cette dernière ayant été initialement sur le dessus du paquet)*
- 2. Le spectateur prend la pile A, pèle 3 cartes sur la table, puis une carte sur chaque pile B, C, et D, puis pose le paquet A sur les 3 cartes sur la table, et enfin, le replace à sa position initiale*
- 3. Le spectateur recommence l'opération avec les piles B, C, et enfin D*
- 4. Le spectateur découvre médusé que la première carte de chacun des 4 paquets est un as !**
- 5. Explication :** *placer initialement les 4 as sur le dessus du paquet (puis mélanger sans altérer leur place). Les 3 premières opérations (avec les paquets A, B, C) ajoutent 3 cartes sur les as, la dernière enlevant ces 3 cartes !*

Interlude:
Les As sont au top !
(Reverso Magique)





*Les 9 Malédiction des As
(Magicien Paresseux N°2)*

« Retrouver les as » (O'Connor 1933)

1. Une prédiction est annoncée et un spectateur annonce un nombre n entre 10 et 19
2. Ce nombre de cartes est pelé du dessus du paquet sur la table pour former une pile
3. Le spectateur ajoute les chiffres de son nombre ($=n-9$!) et enlève ce nombre de carte du dessus de la pile
4. Il retourne la carte du dessus de la pile (la $n-(n-9)=9$ ième !) qui se trouve être la prédiction (initialement placée en 9^{ième} position)
5. **Placer les 4 as en position 9 à 12 et faire cette routine 4 fois pour retrouver les as !**

Interlude :
Les As Tricheurs +
Le Jour le Plus Dur
du Monde





Vietnam :
La Guerre Psychologique

« Vietnam »

1. *Après avoir fait mélangé le jeu, le magicien sort du paquet deux cartes de prédiction qu'il pose sur la table (face cachée)*
2. *Une personne du public coupe le paquet et prend 10 cartes au hasard (sans les regarder) dans le second paquet ; le magicien rétablit le jeu*
3. *Alors que le magicien a le dos tourné, la personne garde n cartes dans son dos et remet le reste ($10-n$ cartes) sur le dessus du paquet (n de son choix, qu'il garde secret)*
4. *Le magicien pèle les 10 premières cartes du paquet sur table, puis les montre une à une, en demandant à la personne de ne se souvenir que de la n ième carte (où n a été secrètement choisi ci-dessus)*
5. *Toutes les cartes sont regroupées et mélangées par un spectateur*
6. ***Après un cinéma pas possible, le magicien retrouve la carte (notamment en s'aidant des cartes de prédiction) !!!***

« Vietnam » (Dai Vernon et le soldat inconnu) : explication du « forçage »

1. Lors de la recherche des deux cartes de prédiction, regarder (et retenir !) **la carte du dessus du paquet** (ici, le 7♣) et prendre une carte de même couleur (par exemple, le 5♣) et une carte de même rang (par exemple le 7♠) comme cartes de prédiction
2. En réalisant les opérations telles que décrites précédemment, la n ième carte vue par le spectateur est bien le 7♣. En effet, une fois que l'on pose $10-n$ cartes sur le paquet, le 7♣ est $11-n$ ième. L'effeuillage de 10 cartes (qui inverse leur ordre, faisant passer la 1^{ière} à la 10^{ième} position, la 2^{ième} à la 9^{ième} position...) le fait donc bien passer en **position $11-(11-n)=n$!!!**
3. Une fois toutes les cartes remises dans le paquet, faire mine de chercher la carte, en plaçant la carte choisie (ici, le 7♣) en position **égale à la somme des cartes de prédiction** (ici, $5+7=12$). Puis renoncer à trouver la carte, avec moult dépit !
4. Montrez maintenant que vos cartes de prédiction prévoient la carte choisie (rang et couleur), et qu'en plus, elle indique sa position dans le paquet !

Interlude :
Conservation de la Matière





Les Dés Enchantés

« Les Dés Enchantés »

Guessing The Total (Martin Gardner 1956)

1. *Le magicien, dos tourné, demande au spectateur de :*
 - *Tirer 3 dés et d'additionner le total de leur face visible du dessus*
 - *Prendre l'un des trois dés et ajouter au nombre précédent sa face cachée*
 - *Tirer à nouveau ce dé et ajouter au nombre précédent sa face visible*
 - *Regrouper les dés sans changer leur face visible afin que le magicien ne puisse identifier le dé qui a été retiré*
2. **Le magicien se retourne et devine le nombre obtenu !**
3. **Explication :** *ajouter les valeurs des 3 faces visibles, puis ajouter 7 à ce nombre pour trouver le nombre du spectateur !*
En effet, le nombre du spectateur est la somme des 3 faces visibles + (la face visible + la face cachée du dé retiré)
Mais (la face visible + la face cachée d'un dé) = 7 !

Interlude :
La Prédiction Invisible
+ la Dame Visible !





Le Rouge et le Noir
(Tout un Roman!)

« **Le Rouge et le Noir** » (1922)

1. *Mettre une carte noire (♣ – ♠) et une carte rouge (♦ – ♥) sur la table (les 2 « cartes témoins »)*
2. *Le magicien présente des cartes (face cachée) et demande au public de deviner si elles sont rouges ou noires, et place ensuite chaque carte (toujours face cachée) sur la carte témoin de la même couleur (sans tricher !)*
3. *Le magicien recommence l'opération avec 2 autres cartes témoins (n=20-30 cartes à deviner, au total)*
4. *Le magicien tend 2 paquets à 2 spectateurs pendant que les 2 autres paquets sont ramassés par deux autres personnes*
5. ***A l'inspection, chaque paquet est de la même couleur que sa carte témoin ! Une chance sur 2^n !!!***

« **Le Rouge et le Noir** »

1. *Ce tour « mixte » requiert une manipulation très simple et date des années 20*
2. *Répéter cette simple manipulation avant de faire le tour à vos amis (leçon n°1 de la magie)*
3. *Ne refaites pas ce tour la même soirée, même si votre public insiste (leçon n°2 de la magie)*
4. *Ne leur divulguez pas le tour (leçon n°3 de la magie) sans qu'ils cherchent un peu, et pas le même soir (sauf si quelqu'un a trouvé !)*
5. **Si vous acceptez de jouer le jeu, téléchargez la présentation sur ma page Web au LPT Toulouse !**

« Le Rouge et le Noir » : explication

1. **Proposez une série de cartes noires à « deviner »** et placez-les clairement (face cachée) sur la carte témoin chaque fois annoncée par le spectateur
2. **Faire de même avec des cartes rouges** sur les 2 autres cartes témoins (il est important de **justifier l'utilisation de deux autres cartes témoins**)
3. **Ramassez les deux paquets mal disposés (à gauche), échangez leur carte témoin (hum, avec discrétion), et tendez ces paquets à 2 spectateurs, tout en proposant à 2 autres personnes de ramasser les 2 autres paquets (qui sont de la bonne couleur)**
4. **Faites durer le suspense !**



[Voir la vidéo d'une version sans manipulation, mais que je trouve moins efficace](#)

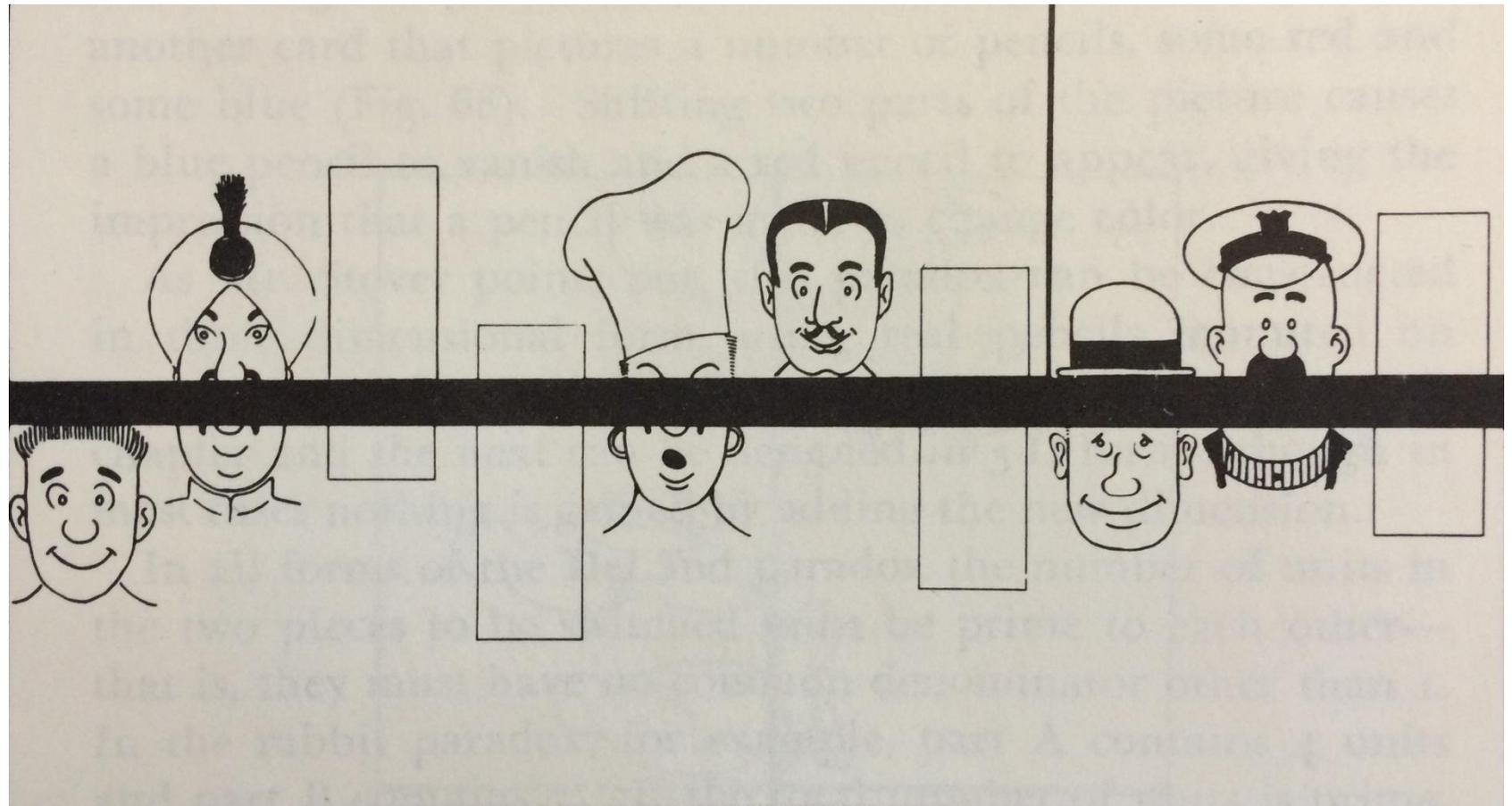


*Disparition
(Sur le Papier)*

« *Disparition (sur le papier)* »

1. *Découper les deux bandes dessinées (Mel Stover, 1956) qui suivent et celle du haut, le long de la ligne verticale noire*
2. *Regrouper les 3 morceaux et compter le nombre d'hommes (6) et de rectangles (4)*
3. *Inverser les deux bandes du haut (la plus petite maintenant à gauche), et recompter :*

Un homme s'est transformé en rectangle !



Conclusion

- ❖ *Quelques références sur les tours de magie automatiques*
 - ❖ [Magical Mathematics: The Mathematical Ideas That Animate Great Magic Tricks](#)
[Persi Diaconis](#) & Ron Graham (préface par Martin Gardner)
 - ❖ [Petite Anthologie des Tours de Cartes Automatiques \(9 volumes !\)](#)
[Richard Vollmer](#)
 - ❖ Les nombreux livres (plusieurs traduits en français) de [Martin Gardner](#) (principalement autour des « mathématiques amusantes »,... mais aussi parfois magiques !)
 - ❖ Les livres de [Karl Fulves \(Self-Working...\)](#) sur « magie automatique »
- ❖ *Et pour vous mettre l'eau à la bouche, ou si vous désirez vous mettre à la « vraie » magie, des [vidéos de Dominique Duvivier sur YouTube](#) ou sur le site de [Mayette Magie Moderne](#) (le plus vieux magasin de magie au monde)*



Bonus



*Retournements Inattendus
&
De Royale Humeur*

« **Retournements Inattendus** »

1. Une personne du public mélange le paquet de 4 as et le magicien fait une **prédiction** (il nomme l'un des 4 as)
2. Le spectateur suit alors les instructions du magicien :
 1. Mettre la carte du dessus du paquet sous le paquet
 2. Retourner face visible la carte du dessus et la reposer sur le dessus
 3. Couper une fois (ou non !) le paquet au hasard
 4. Prendre ensemble les 2 cartes du dessus, les retourner ensemble, et les reposer sur le paquet
 5. Couper une fois (ou non !) le paquet au hasard
 6. Refaire les opérations 4 & 5 encore deux fois
 7. Retourner la carte du dessus et la placer sous le paquet
 8. Mettre la carte du dessus sous le paquet
 9. Retourner la carte du dessus et la placer sous le paquet
 10. **La carte prédite est la seule qui se trouve face cachée**



La carte prédite était en fait celle initialement en dessous du paquet (le magicien l'avait vue ; eh oui, il a triché !)

« Retournements » (Bob Hummer – 1942)

- ❖ Pour un jeu de $2n$ cartes initialement faces cachées, l'opération « **retourner deux cartes puis couper** » répétée un nombre quelconque de fois (le **mélange Hummer**) force **le nombre de cartes face visible à des positions paires à rester toujours égal au nombre de cartes face visible en positions impaires**
Ex : CCCC → VVCC → VVCC ou VCCV ou CCVV ou CVVC

Retournement	coupe	0	1	2	3
--------------	-------	---	---	---	---
- ❖ Dans le 1^{er} tour (4 cartes ; la « prédiction » en 4^{ième} position initiale), après l'opération 3, **la carte actuellement retournée par rapport aux autres** (la « folle ») **est toujours à une position de même parité que la prédiction** (1 et 3, ou 2 et 4), une propriété préservée par les 3 (ou plus) mélanges Hummer qui suivent. Les instructions finales (7 à 9) ont pour objet de retourner les cartes 1 et 3 actuelles : soit la folle du moment et la prédiction, soit les deux autres cartes qui prennent le sens de la folle... **dans tous les cas, la prédiction devient opposée aux 3 autres !**

Une autre application du mélange Hummer

« De Royale Humeur »

- 1. Prendre un nombre paire de cartes (autour de $2n=20$) en y glissant les **5 cartes de la quinte royale à ♥** : A R D V 10*
- 2. Faire mélanger ces cartes et les partager en 2 paquets de n cartes faces visibles, un dans chaque main*
- 3. Déposer la première carte de gauche **puis** la première carte de droite sur la table, en **retournant***
 - 1. si **aucune** des 2 cartes ne fait partie de la quinte royale : la carte de **gauche***
 - 2. si **seule la carte de droite** fait partie de la quinte royale : les **deux** cartes (toujours en déposant celle de gauche avant)*
 - 3. si **seule la carte de gauche** fait partie de la quinte royale : **aucune** carte*
 - 4. si les **deux cartes** appartiennent à la quinte royale : la carte de **droite***
- 4. Répéter l'opération 3 jusqu'à épuisement des cartes (n fois). Lors de cette préparation « nonchalante » (qui ne devrait donc pas (trop) ressembler à une préparation malhonnête), on expliquera au public qu'il va bientôt pouvoir retourner des cartes à sa guise*

Une autre application du mélange Hummer

« De Royale Humeur »

- 5. Prendre le paquet et peler les cartes par 2, en proposant à un spectateur soit de les poser telles quelles sur la table, soit de les retourner ensemble. Faire cela, jusqu'à épuisement du paquet, et recommencer cette opération 5 jusqu'à l'épuisement du public (2 fois devraient faire l'affaire) !*
- 6. Distribuer alors le paquet obtenu en deux paquets, en alternant gauche, droite, gauche, droite (n fois) ..., jusqu'à épuisement du magicien*
- 7. Demander à un spectateur de prendre l'un des paquets, de le retourner, puis de le déposer sur l'autre*

L'inspection du paquet final par le spectateur révèle que la quinte royale (a priori dans le désordre) est face opposée aux autres cartes !





*Ma Moitié Divine...
Tu Devine!*

« Ma moitié divine... ou devine »

1. *Une personne du public mélange un jeu une ou deux fois en « queue d'aronde » (« mélange américain » à la façon des joueurs de poker)*
2. *Il coupe le jeu et le remet en place sur la table*
3. *Il prend et montre à tous (sauf au magicien !) la carte du dessus du paquet*
4. *Il remet ensuite la carte vers le milieu du paquet*
5. *Il coupe autant de fois qu'il veut*
6. *Il coupe le paquet en deux parties à peu près égales et donne le demi paquet de son choix au magicien*
7. ***Après tout un cinéma, celui-ci nomme la carte !!! (qu'elle soit dans son paquet ou non...)***

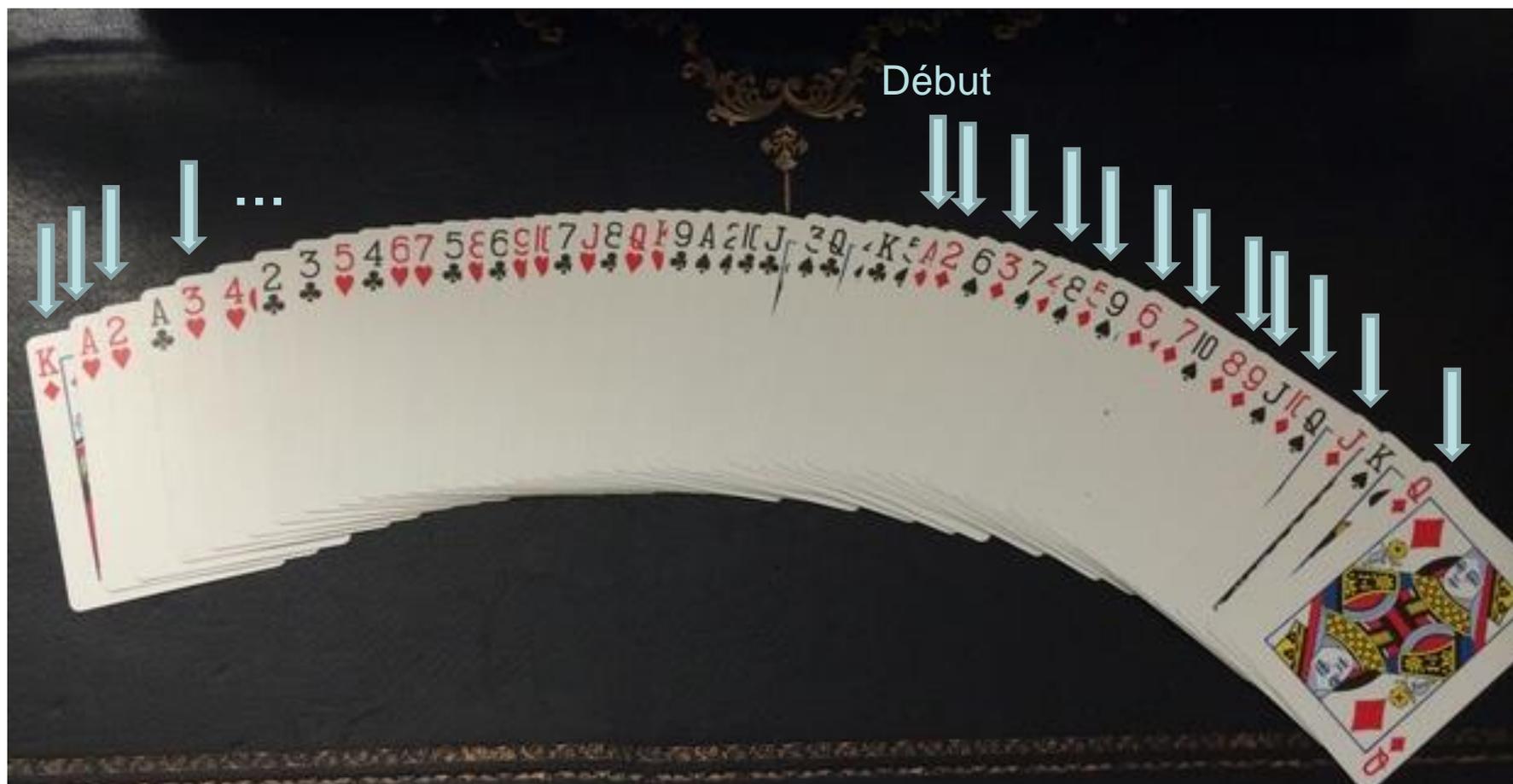
« *Ma moitié divine* » (Jordan) : explication

1. Classer le jeu dans un **ordre mémorisé** (le plus simple, mais le moins spectaculaire : de l'A♣ au R♠)



« *Ma moitié divine* »: explication

2. Après un mélange (ici, coupe entre la $D\spadesuit$ et le $R\spadesuit$), noter le maintien de **séquences croissantes cycliques** (par exemple $\spadesuit-A, 2, 3, 4, \dots, R, \heartsuit-A, 2, 3, \dots$)



« *Ma moitié divine* »: explication

3. *Un autre mélange ne changerait rien à l'existence de ces séquences... et une coupe (par exemple, au niveau de la D♣) non plus !*



« Ma moitié devine » : explication

4. Mettre la $D♣$ vers le milieu (puis mélanger et couper)
brise le plus souvent une séquence croissante : faire la somme de la distance entre une carte et sa précédente et sa suivante ; le max (>52) est atteint pour la $D♣$





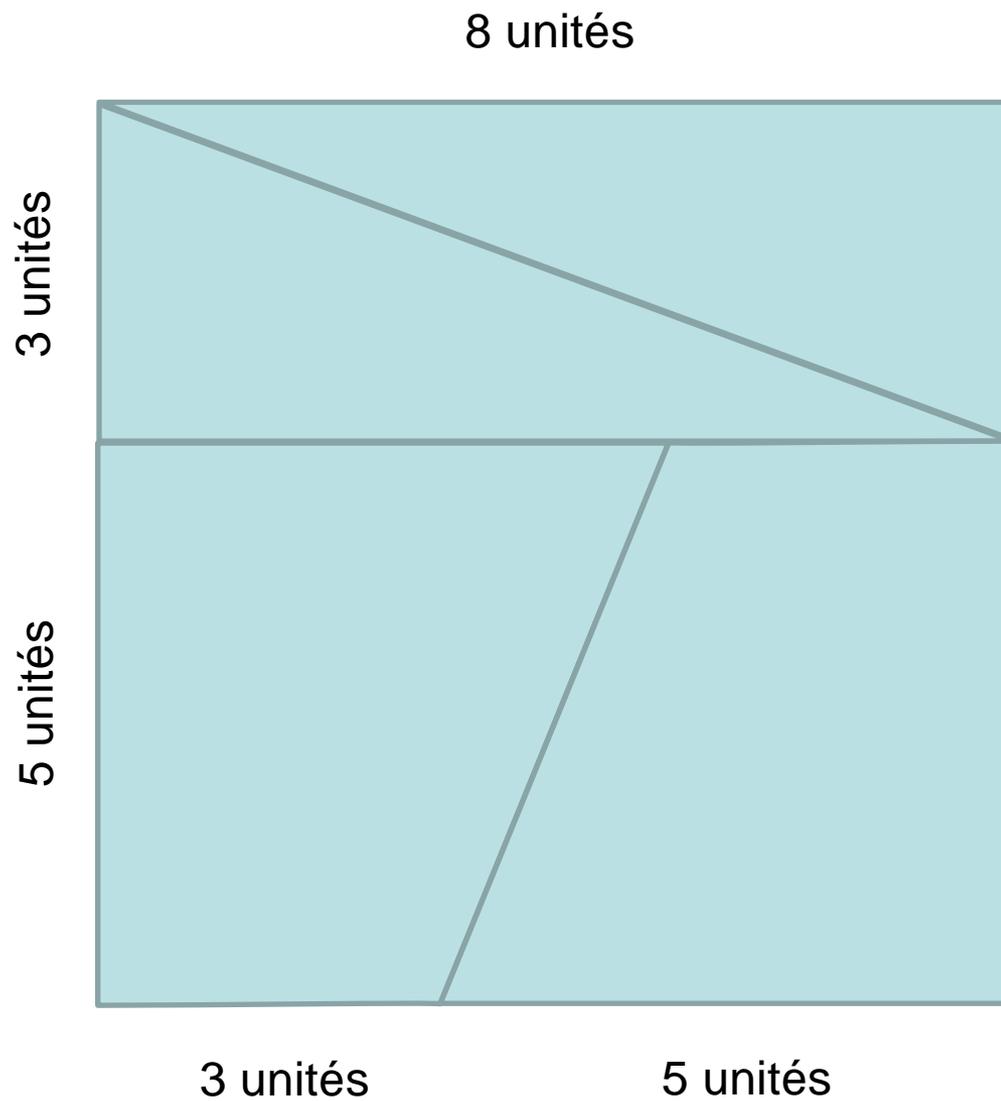
*Apparition de Matière
(Sur le Papier)*

« *Disparition (sur le papier)* »

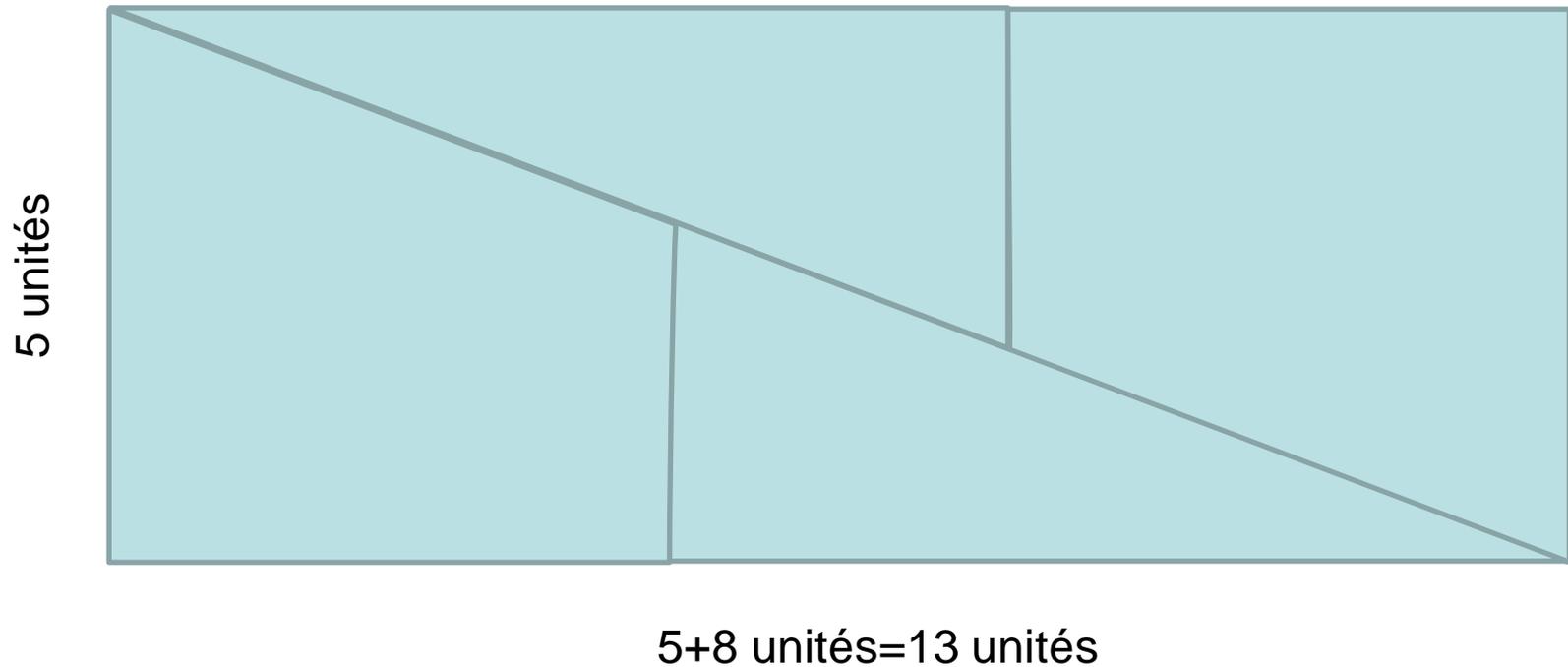
1. *Découper ce carré (planche suivante) de surface $8 \text{ unités} \times 8 \text{ unités} = \mathbf{64 \text{ unités}^2}$ (par exemple, $1 \text{ unité} = 1 \text{ cm}$) et les 4 blocs dont il est constitué, en respectant **scrupuleusement** les cotes données*
2. *Reconstituer la structure de la planche qui suit avec ces 4 blocs... et dont la surface est $\mathbf{5 \times 13 = 65}$!*

De la matière se crée ou disparaît quand l'on passe d'une structure à l'autre !

3. *Explications 3 planches plus loin*

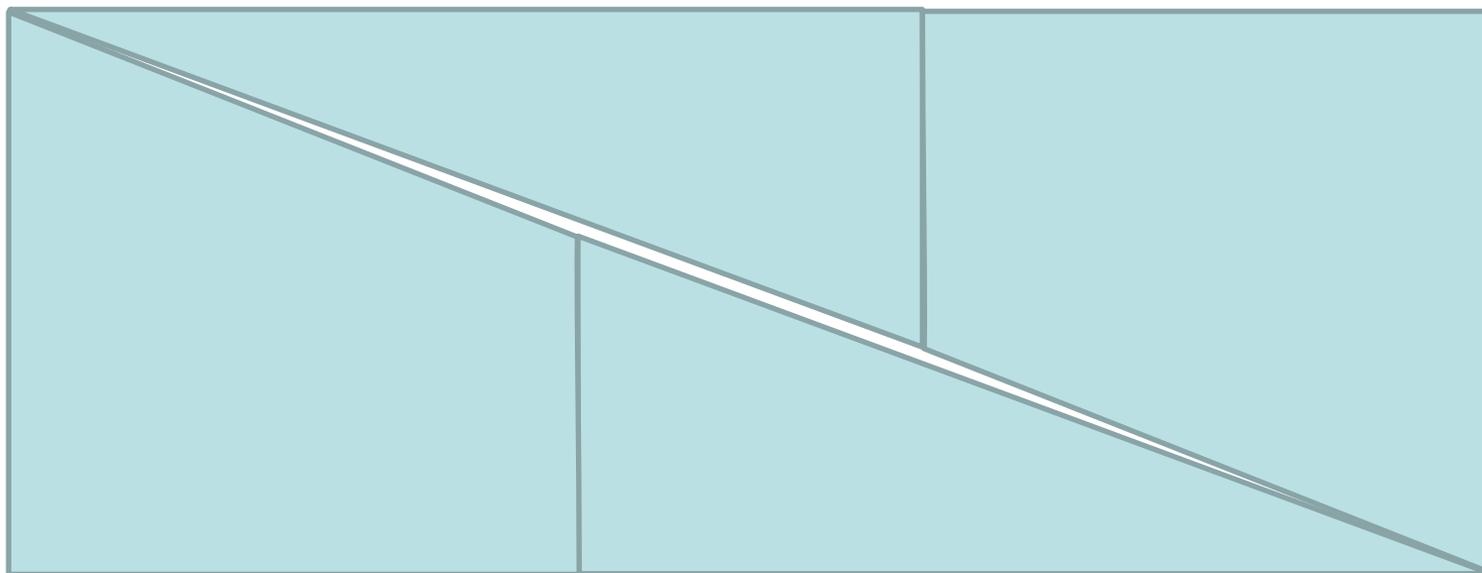


**« Disparition (sur le papier) »
Abracadabra !**



« Disparition (sur le papier) » : explication

1. *En fait, les diagonales ne sont pas parfaitement parallèles ! En reconstituant des bouts de papier, cela se distingue à peine (voir ci-dessous)...*



2. *J'ai bien sûr « triché » dans la planche précédente : la longueur de 3 unités dans le dessin original est remplacé par la tangente $(5/13)$ fois la longueur du triangle (8). La nouvelle longueur est $8 \times 5/13 = 40/13 = 3 + 1/13 = 3.077$ unités.*

« Disparition (sur le papier) » : explication

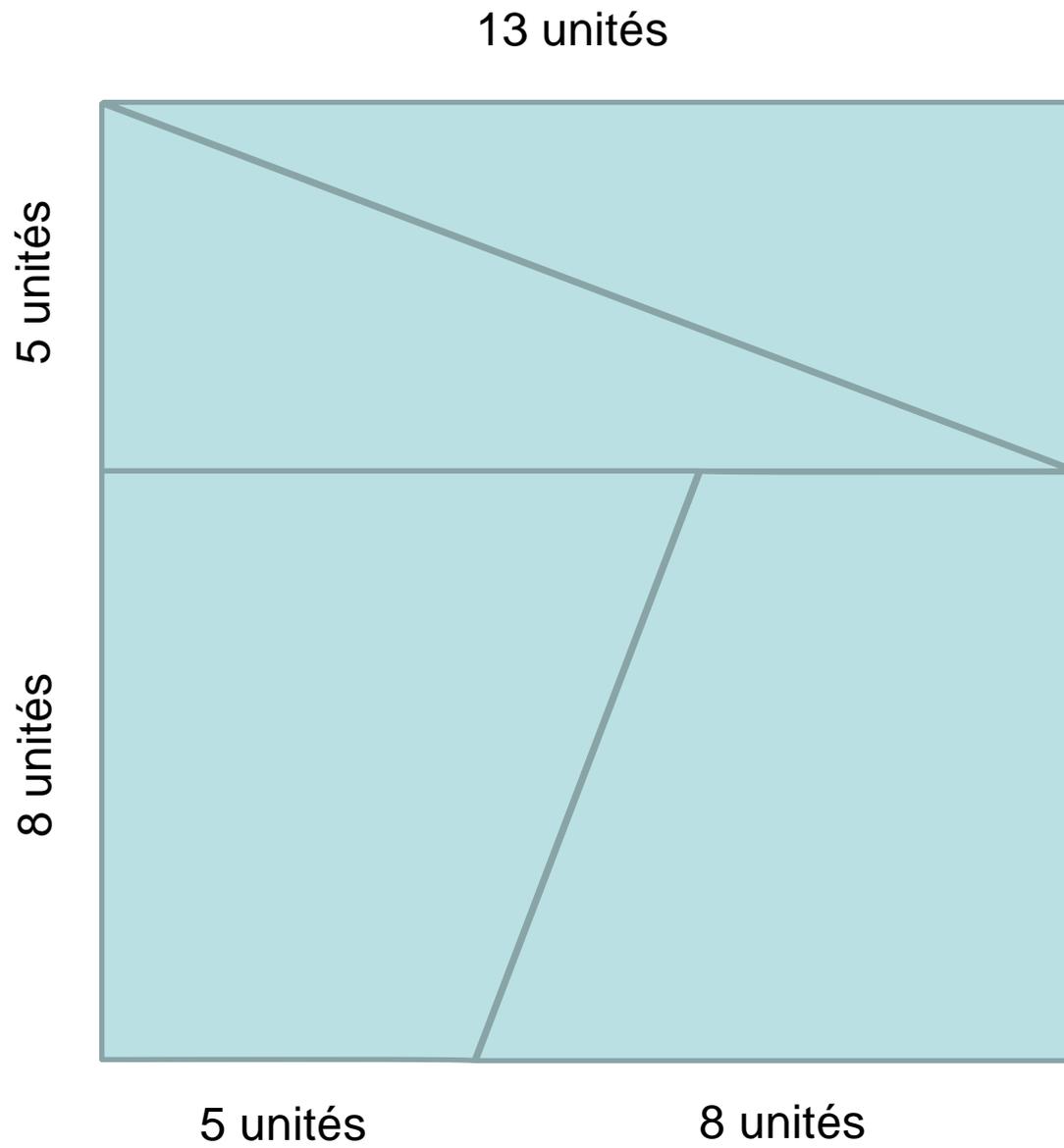
1. Ce « tour » exploite les nombres de Fibonacci : 1, 1, 2, **3**, **5**, **8**, **13**, 21, 34, ... ($F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$) dont les rapports successifs sont de plus en plus proches et tendent vers le nombre d'or,

$$\tau = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1.61803\dots$$

2. Ils vérifient la relation suivante, qui est exploitée dans ce tour (d'où « l'erreur » de **± 1** dans les surfaces calculées) :

$$F_{n+1} \times F_{n-1} - F_n \times F_n = (-1)^n$$

3. En remplaçant $F_4 = 3$ par F_{n-2} , $F_5 = 5$ par F_{n-1} , et $F_6 = 8$ par F_n , on obtient une illusion encore meilleure, puisqu'il n'y a plus de triche en prenant les cotes (que l'on peut multiplier par n'importe quelle unité) 1, $\tau = 1.618\dots$, $\tau^2 = 1 + \tau = 2.618\dots$
Les 2 structures ont alors la même surface $\tau \times \tau = 1 \times \tau^2 = \tau^2$ (voir planches suivantes, avec $n=7$, où l'erreur est presque imperceptible, la surface passant de $13 \times 13 = 169$ à $21 \times 8 = 168$; les structures se chevauchent pour $n=7$ impair)



8 unités

13+8 unités

