

Physique Statistique Hors d'Équilibre (20h)

Clément Sire – LPT

L'objet de ce cours est de présenter de nombreux exemples expérimentaux de systèmes physiques qui sont *intrinsèquement hors d'équilibre* et d'introduire les méthodes théoriques et numériques permettant de comprendre leurs propriétés. Ces systèmes couvrent des *échelles temporelles et spatiales* allant du *microscopique* (séparation de phase d'impuretés semiconductrices dans une matrice vitreuse), en passant par l'échelle "*humaine*" (agrégation de billes de polystyrène à la surface de l'eau), jusqu'aux échelles *cosmologiques* (agrégation des amas de galaxies).

1 Introduction (~5 heures)

1.1 Exemples physiques : introduction de la notion d'invariance d'échelle

- Systèmes non-conservés : systèmes magnétiques (Ising, XY (systèmes de cristaux liquides), mousses de savon (Potts), bulles magnétiques...).
- Systèmes conservés : mélanges binaires (métalliques, liquides), films de Langmuir, impuretés semiconductrices dans un verre...
- Phénomènes d'agrégation (bulles de polystyrène à la surface de l'eau, galaxies,...); monodispersité et polydispersité; introduction des systèmes de réaction-diffusion $A + A \rightarrow 0$, $A + A \rightarrow A$, $A + B \rightarrow 0$.
- Transitions de phase dynamiques (DP, PC; lien avec les systèmes de réaction-diffusion).
- Autres exemples de systèmes hors d'équilibre : dynamique d'interfaces, turbulence, trafic routier, finance, théorie des jeux (poker...), épidémiologie, feux de forêts, modèles de rivières...
- Dans tous ces exemples, la notion d'invariance d'échelle est illustrée visuellement et quantitativement via l'introduction des fonctions de corrélation spatio-temporelles (Ising, mélanges binaires...), des fonctions de distributions de masse (agrégation...), de taille (mousses de savon...), de taille d'intervalles (Ising $1d$, réaction-diffusion $1d$...), et des fonctions d'échelle (transitions de phases dynamiques...).

1.2 Introduction générale sur la dynamique

- Équation maîtresse générale (condition de bilan détaillé...).
- Introduction des algorithmes Monte-Carlo principaux pour les systèmes hamiltoniens (vérification de la condition de bilan détaillé...) : simuler les systèmes physiques sur un ordinateur.
- Introduction au Monte-Carlo pour les systèmes irréversibles (illustration sur des modèles de réaction-diffusion).

2 Étude d'un Système Non-Conservé : le Modèle d'Ising (~6 heures)

Dans cette partie, nous présenterons l'étude de la dynamique de retour à l'équilibre du modèle d'Ising, paradigme des systèmes dont le paramètre d'ordre n'est pas localement conservé. Après une illustration expérimentale et par des simulations numériques de ce type de systèmes, nous aborderons des méthodes théoriques qui permettent de comprendre leurs propriétés essentielles.

2.1 La dynamique de Glauber en $d = 1$ (étude complète : fonctions de corrélation, exposant λ ...)

2.2 Glauber en $d > 1$: champ moyen

2.3 Modèle A ($T=0$)

- Justification qualitative du Modèle A pour décrire la dynamique du modèle d'Ising.
- Solutions approchées : grand N , OJK, grand d ...

3 Étude des Systèmes Conservés (~3 heures)

Cette partie est consacrée à la physique et notamment à la dynamique de la séparation de deux phases (exemple : vinaigre + huile dans la vinaigrette!).

3.1 Théorie de Lifschitz-Slyosov

3.2 Dynamique d'échange de spins (solution du modèle effectif à $1d$)

3.3 Introduction rapide au Modèle B ($T=0$)

4 Modèles de Réaction-Agrégation-Diffusion (~6 heures)

Cette partie introduit des éléments de dynamique réactionnelle avec des applications qui vont bien au-delà de la chimie (modèles de propagation d'opinions, d'épidémies; modèles de trafic routier; modèles de systèmes agrégatifs...). La notion de transition de phase dynamique sera introduite.

4.1 Modèles en $d = 1$

- $A+A \rightarrow A$: champ moyen et solution exacte; champ moyen du modèle de Takayasu.
- $A + A \rightarrow 0$: champ moyen et IIA; lien avec la dynamique de Glauber pour Ising (IIA pour la fonction de corrélation spatiale).
- Étude qualitative de $A + B \rightarrow 0$.
- Transitions de phases dynamique : champ moyen complet pour la percolation dirigée.

4.2 Equation de Schmoluchowski des systèmes agrégatifs

- Introduction de l'équation champ moyen et de la notion de noyau effectif de collision.
- Classification des noyaux de collision : monodispersité et polydispersité.

Quelques exemples de systèmes abordés dans ce cours

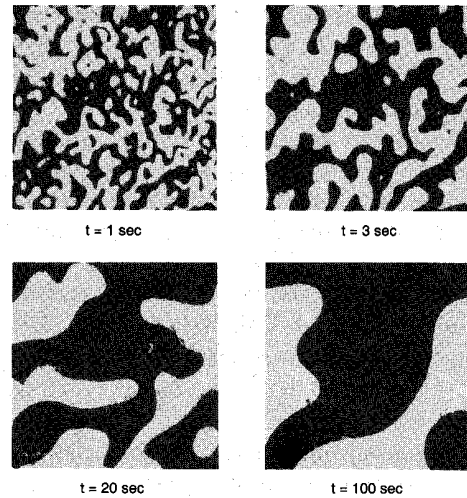


FIGURE 1 – Quatre stades de l'évolution d'hélices de cristaux liquides nématiques visualisés en lumière polarisée, ce qui permet de différencier les deux sens possibles de rotation des hélices. Ce système est dans la classe d'universalité du modèle d'Ising 2D. La croissance de l'échelle typique des domaines ($L(t) \sim t^{1/2}$) est clairement visible, et les quatre figures sont statistiquement identiques à un changement d'échelle de facteur $L(t)$ près (invariance d'échelle). L'exposant d'autocorrélation temporelle mesuré est $\lambda_{\text{exp}} \approx 1.25$, à comparer avec la valeur théorique $\lambda_{\text{th}} = 1.286\dots$. De même, l'exposant théorique de persistance est en parfait accord avec la valeur expérimentale $\theta_{\text{exp}} \approx 0.19$.

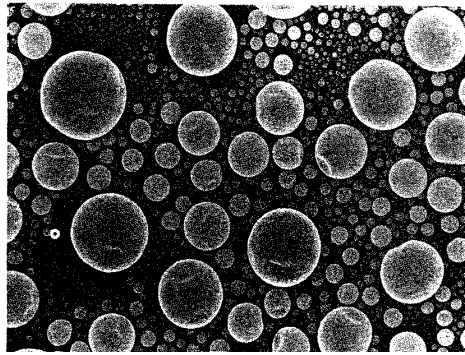


FIGURE 2 – Vue en microscopie électronique d'un substrat de saphir sur lequel on a déposé du fer par condensation (d'après Family et Meakin, 1988). La polydispersité des tailles de gouttes est clairement visible et peut être quantitativement décrite par l'approche de Schmoluchowski.

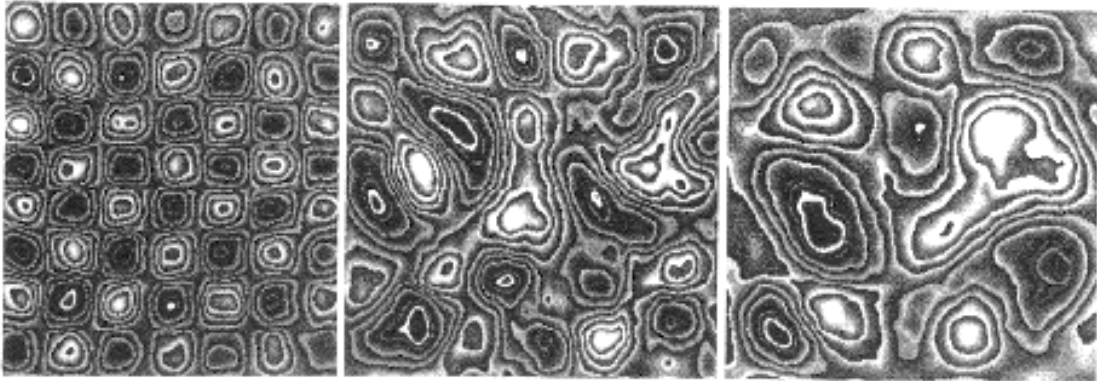


FIGURE 3 – Dans cette expérience de Tabeling et collaborateurs réalisée à l’ENS de Paris, une fine couche d’eau salée est forcée par un réseau d’électro-aimants en un réseau bipartite vortex-antivortex (photo de gauche). Lorsque les aimants sont désactivés, le processus de déclin commence, caractérisé par la diminution du nombre de vortex $N(t) \sim t^{-\xi}$, et l’augmentation de leur taille typique $r(t) \sim t^{\xi/4}$, alors que leur vorticité de cœur typique ω reste essentiellement constante (photos de droite à deux temps successifs).

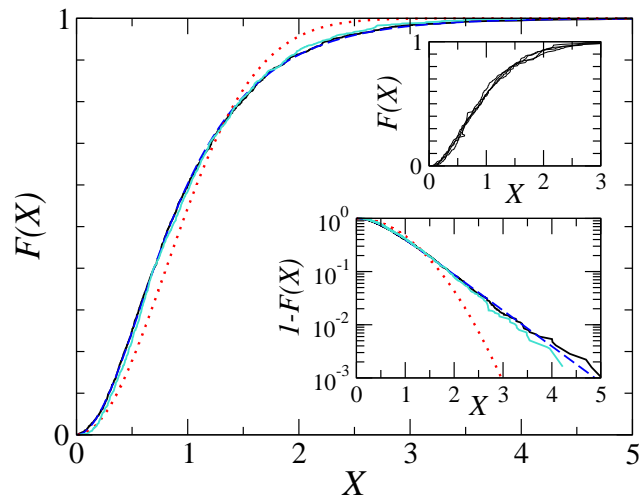


FIGURE 4 – Probabilité $F(X)$ de trouver un joueur ayant au plus la fraction X du tapis moyen (tournois sur Internet en noir, WPT en cyan, modèle en tirets bleus). La distribution des fortunes (dérivée de $F(X)$), décroît exponentiellement, alors qu’en négligeant les processus de all-in, on obtiendrait une décroissance gaussienne (tirets rouges), fait illustré dans le comportement de $1 - F(X)$ (encart du bas). L’encart du haut présente $F(X)$ mesuré après chaque journée d’un tournoi du WPT (les données de la figure principale sont moyennées sur chaque journées et sur 6 tournois du WPT).